

---

# Einflusslinien

## 7.1 Grundregeln der Kinematik: Polplan

Trotz der Erfüllung der Bedingungsgleichungen für statisch (un)bestimmte Tragwerke (Abzählkriterien A/B) kann es vorkommen, dass Stabwerksstrukturen kinematisch verschieblich sind (siehe Ausnahmefall der Statik). Dies ist dann der Fall, wenn Starrkörperbewegungen des Gesamtsystems oder von Teilsystemen möglich sind.

Solche Tragwerke sind für baupraktische Zwecke unbrauchbar und können mithilfe des **Polplans** erkannt werden. Man verwendet Polpläne um die Verschiebungsfigur kinematischer Systeme zu ermitteln.

Ein kinematisches System ist durch einzelne starre Scheiben gekennzeichnet, die durch Gelenke, sogenannte Nebenpole, verbunden sind.

### Grundregeln zur Konstruktion eines Polplans:

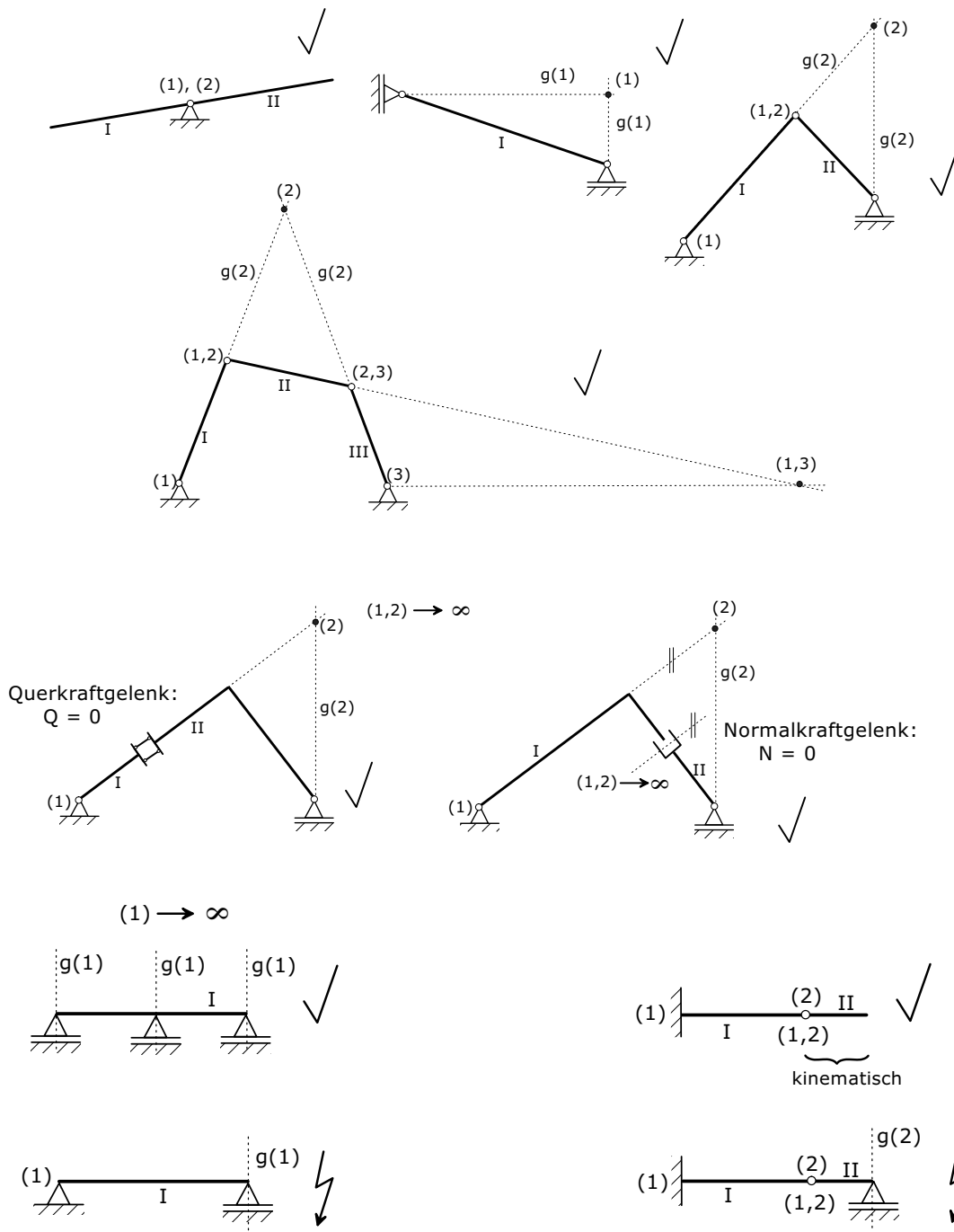
- 1) Jede Scheibe dreht sich um ihren Hauptpol.
- 2) Ein festes Lager oder ein unverschiebliches Gelenklager ist der Hauptpol der anschließenden Scheibe.
- 3) Der Hauptpol einer durch ein bewegliches Lager gestützten Scheibe liegt auf einer Geraden senkrecht zur möglichen Bewegungsrichtung des Lagers.
- 4) Das Verbindungsgelenk zweier Scheiben ist deren gemeinsamer Nebenpol.
- 5) Der Nebenpol (i,j) liegt stets auf der Verbindungslinie der Hauptpole (i) und (j).
- 6) Die drei Nebenpole (i,j), (j,k) und (i,k) liegen stets auf einer Geraden.
- 7) Ein Pol liegt im Unendlichen, wenn seine geometrischen Orte parallele Geraden bilden: Parallelverschiebung des entsprechenden Polstrahls erlaubt!

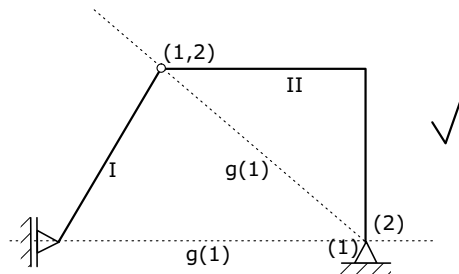
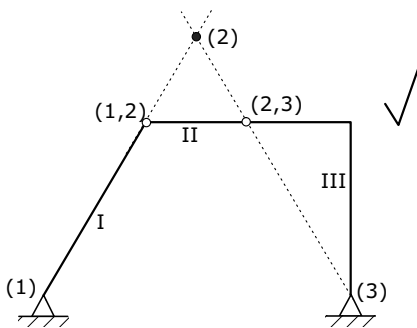
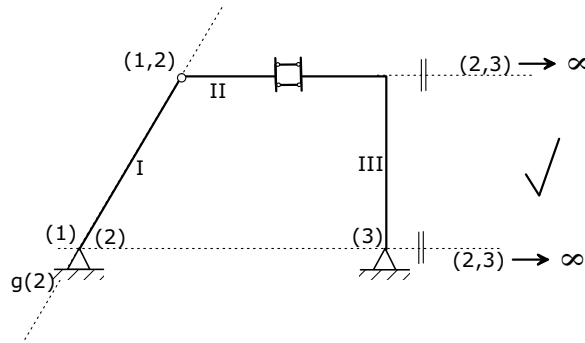
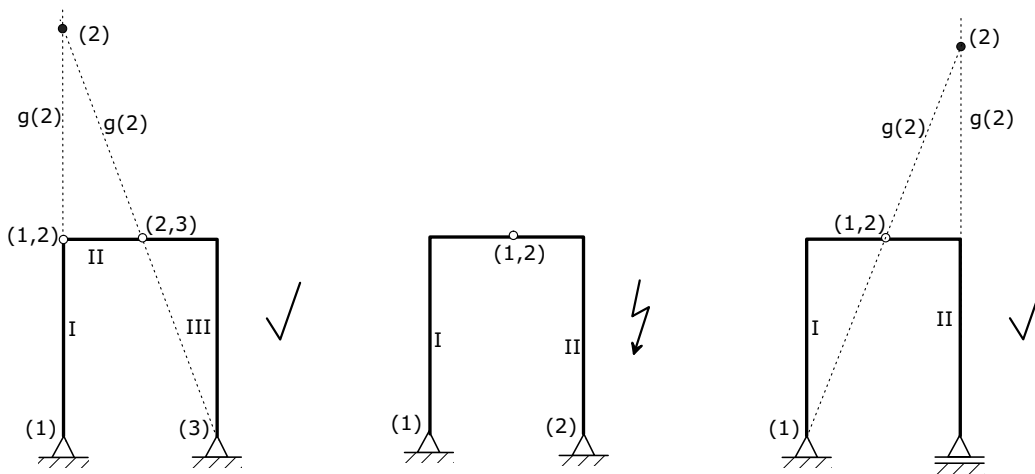
- 8) Der Nebenpol eines Querkraftgelenks (Normalkraftgelenks) liegt im Unendlichen senkrecht zur möglichen Bewegungsrichtung, d.h. tangential (orthogonal) zur Stabachse am Ort des Gelenks.

**Satz:**

Lässt sich der Polplan widerspruchsfrei konstruieren, so ist das System kinematisch und damit für baustatische Zwecke unbrauchbar!

**Beispiele:**



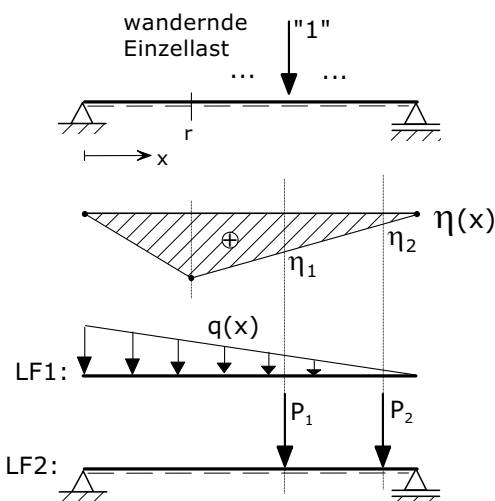


## 7.2 Merkmale von Einflusslinien

- 1) Die Einflusslinie (EL) beschreibt den Einfluss einer **einzelnen Wanderlast der Größe „1“** mit **variablen** Angriffspunkt auf eine Zustandsgröße ausgewertet an einem bestimmten Punkt des Systems.
- 2) EL können sowohl für innere Schnittkräfte (M, Q, N) bzw. Auflagergrößen als auch für Verschiebungsgrößen (u, w,  $\varphi$ ,  $\Theta_T$ ) aufgestellt werden.  
Hier: In Statik I beschränken wir uns auf Kraftgrößen (N, Q, M, A)
- 3) EL dienen für die Ermittlung der ungünstigsten Lastfälle hinsichtlich einer bestimmten Kraftgröße.
- 4) Sie spielen somit eine entscheidende Rolle für die Bemessung von Tragwerken, da die Extremwerte der Schnittgrößen ermittelt werden.
- 5) Nicht mit Zustandslinien (N(x), Q(x), M(x)) verwechseln! Belastung ist nicht ortsfest!
- 6) Für die **Auswertung der EL** sind die für eine wandernde Einheitslast ermittelten Ordinaten  $\eta$  mit den tatsächlichen Lastwerten zu multiplizieren und zu summieren.  
Die Ordinate  $\eta$  der EL stellt den Wert der betreffenden Zustandsgröße im betrachteten Punkt für eine Einheitslast  $P=1$  an der vorliegenden Ordinate dar.  
Bei Streckenlasten  $q(x)$  erfolgt die Auswertung durch Integration des Produktes aus  $q(x)$  und der Einflussordinate  $\eta(x)$  über die Belastungslänge  $l_q$

$$\int_{(l_q)} q(x) \cdot \eta(x) \, dx$$

**Beispiel:** EL für das Biegemoment  $M_r$



Auswertung:

Moment an der Stelle  $x=r$  für LF 1:

$$M_r = \int_{x=0}^l q(x) \cdot \eta(x) \, dx$$

Moment an der Stelle  $x=r$  für LF 2:

$$M_r = P_1 \cdot \eta_1 + P_2 \cdot \eta_2$$

## 7.3 Ermittlung der EL für Kraftgrößen mit dem kinematischen Verfahren (Polplan)

### Satz:

Die EL ist die Biegelinie am  $(n-1)$ -fach statisch bestimmten System. Ist ein System statisch bestimmt ( $n=0$ ), so stellt die Biegelinie des kinematischen Systems ( $n-1 = 0-1 = -1$ ) die EL dar. Da das Tragwerk keine Lasten aufnehmen kann und demzufolge keine Schnittgrößen auftreten, setzt sich die Biegelinie aus **geraden Stabzügen** zusammen (kinematische Kette).

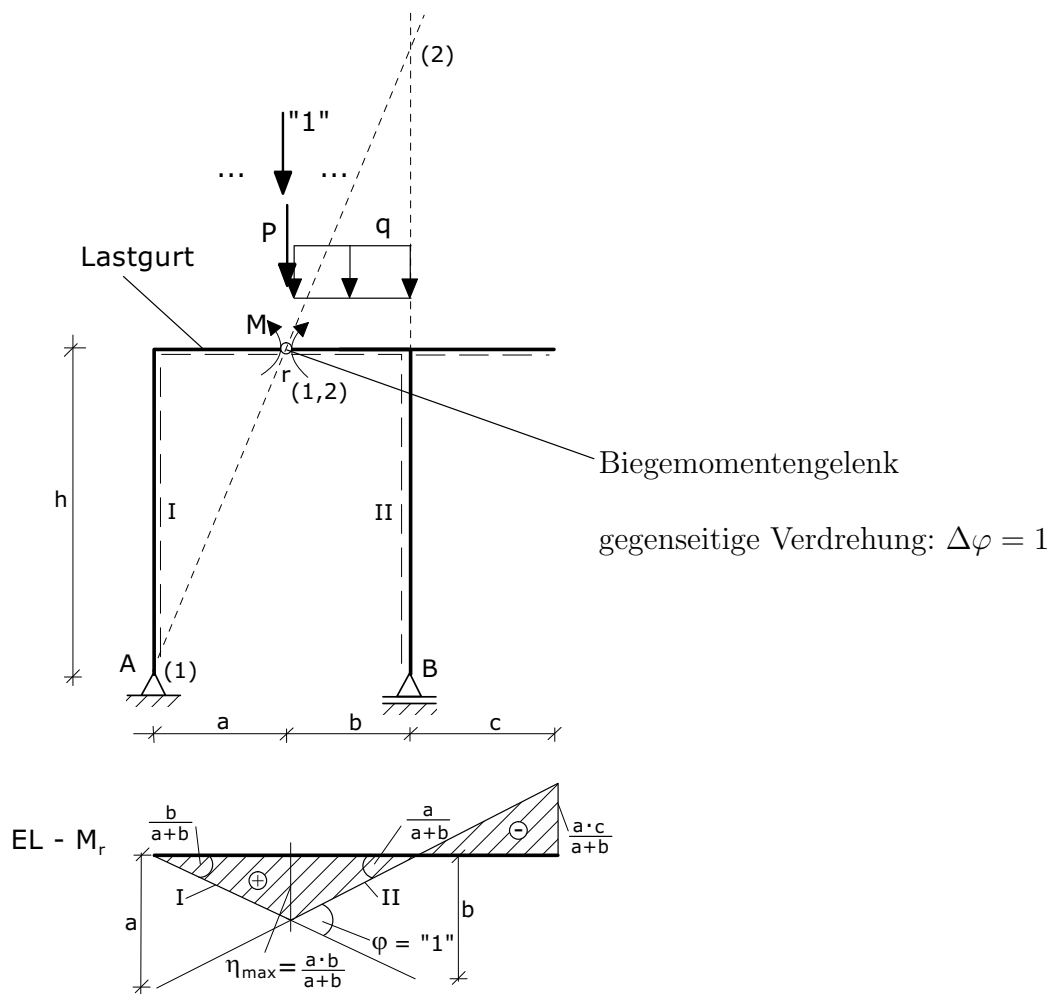
### Vorgehensweise:

- a) Die zur Kraftgröße (z.B. N, Q, M, Auflagerkraft) energetisch **korrespondierende** Bindung lösen.

$$W = M \cdot \varphi \text{ oder Kraft} \cdot \text{Weg} : \quad \begin{array}{l} M \Leftrightarrow \text{gegenseitige Verdrehung} \\ N, Q \Leftrightarrow \text{gegenseitige Verschiebung} \\ \text{Auflagerkraft} \Leftrightarrow \text{Verschiebung} \end{array}$$

- b) Eintragen der durch die gelöste Bindung befreiten Schnittgröße in positiver Richtung als Doppelkraftgröße an beiden Schnittufern (Tragverhalten unverändert).
- c) Ermittlung derjenigen (virtuellen) **Verschiebungsfigur des Lastgurtes**, für welche die zur Kraftgröße korrespondierende Weggröße gerade den Wert „-1“ annimmt.
- ⇒ Die EL einer Kraftgröße entsteht als Verschiebungslinie des Lastgurtes in Richtung der Belastung.

Beispiele: gesucht: EL -  $M_r$

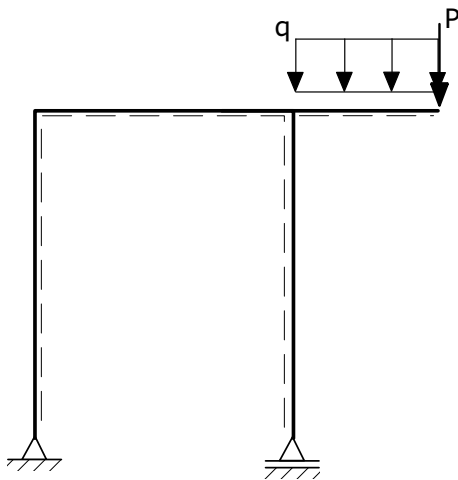


Auswertung der Einflusslinie für gegebene Belastung:

$$\text{infolge } q: M_r = \int_{(l_q)} q \cdot \eta(x) dx = q \underbrace{\int_{(l_q)} \eta(x) dx}_{\text{Fläche des Dreiecks}} = q \cdot \frac{1}{2} \eta_{max} \cdot b = \frac{1}{2} \cdot q \cdot \frac{ab^2}{a+b}$$

$$\text{infolge } P: M_r = P \cdot \eta_{max} = P \cdot \frac{ab}{a+b}$$

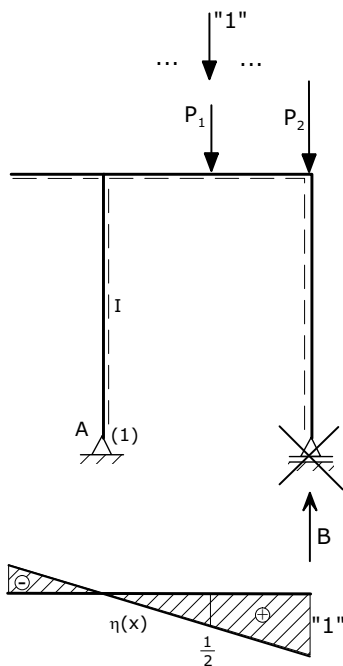
Laststellung für minimales Biegemoment:



$$M_r = P \cdot \left( -\frac{ac}{a+b} \right) + \frac{1}{2} \cdot q \cdot \left( -\frac{ac}{a+b} \right) \cdot c$$

$$= -P \cdot \frac{ac}{a+b} - \frac{1}{2} \cdot q \cdot \frac{ac^2}{a+b}$$

gesucht: EL - B:



Auswertung der EL - B für gegebene Belastung:

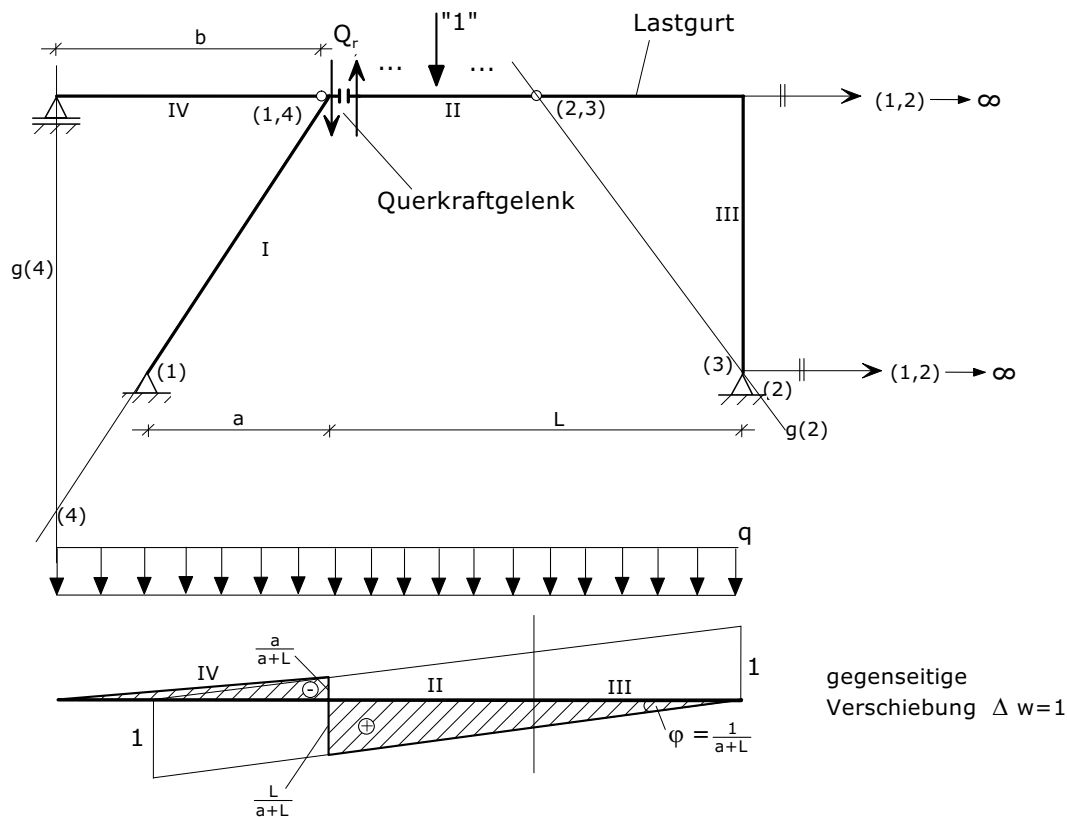
$$B = P_1 \cdot \frac{1}{2} + P_2 \cdot 1 \quad \text{Auflagerkraft}$$

**kinematische Eigenschaften:**

- ELn für Kraftgrößen statisch bestimmter Systeme setzen sich aus stückweise geraden Linienzügen zusammen (kinematische Kette).
- Der Lastgurt jeder Scheibe verläuft daher geradlinig.

- ELn besitzen unter Hauptpolen  $\rightarrow$  Nullpunkte  
Nebenpolen  $\rightarrow$  Knicke
- Es ist stets der in Richtung der Einheitslast korrespondierende Anteil der Weggröße zu berücksichtigen.

gesucht: EL -  $Q_r$ :



Aufgabenstellung:

- 1) Maßgebender Lastfall, wobei  $Q_r$  maximal (positiv) wird für eine Gleichlast  $q$ .

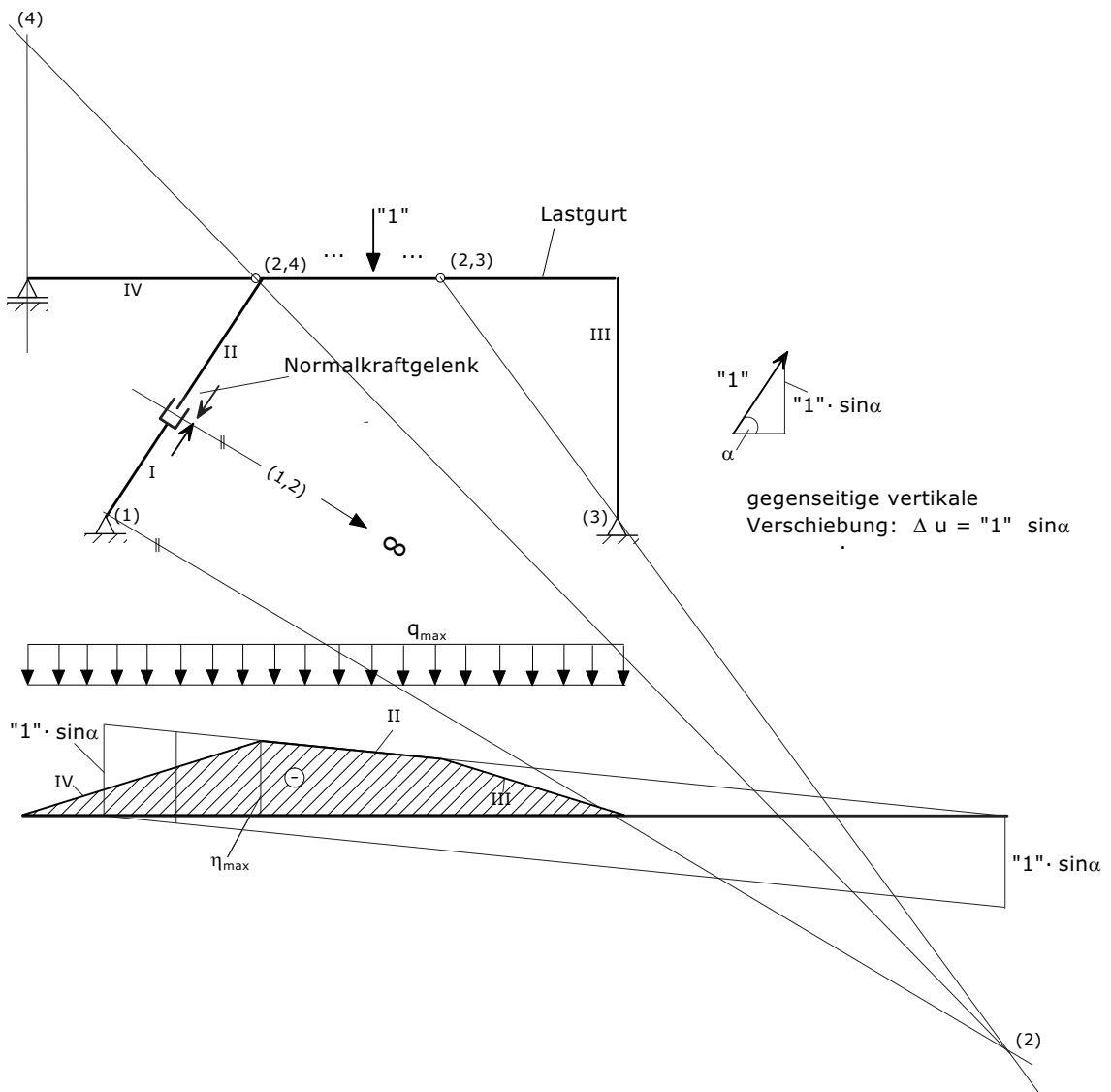
$$Q_r = \int_{(l_q)} q \cdot \eta(x) dx = q \int_{(l_q)} \eta(x) dx = q \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{L}{a+L} \cdot L$$

- 2) Maßgebender Lastfall, wobei  $Q_r$  minimal (negativ) wird für eine Gleichlast  $q$ .

$$Q_r = \int_{(l_q)} q \cdot \eta(x) dx = q \cdot \frac{a}{a+L} \cdot b \cdot \frac{1}{2}$$



gesucht: EL - N:



Aufgabenstellung:

- a) Wie groß darf eine über den Lastgurt verteilte Gleichlast  $q_{max}$  maximal sein, so dass  $|N| \leq 50 \text{ kN}$  (Druck)?

$$|N| = \int q_{max} |\eta(x)| dx \leq 50 \text{ kN}$$

- b) Wie groß ist die maximale Druckkraft  $N$  für eine gegebene Einzellast  $P$ :

$$N = P \cdot \eta_{max}$$